

## Le format A

### Hommage au Dr. Porstmann, à la Reine d'Angleterre\* et à $\sqrt{2}$

Dans AlmaSoror

Laurent Moonens  
Aspirant du F.R.S.-FNRS (Belgique)

Le 20 février 2008

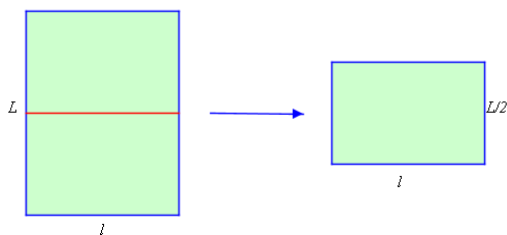
Nous offrirons aux lecteurs d'AlmaSoror une page mathématique certainement moins technique qu'à l'habitude. Elle se nourrit d'une envie particulièrement intense de faire partager notre récente compréhension de l'histoire du format international de papier, que même les pays du Commonwealth ont adopté. Seuls les États-Unis continuent à se réclamer d'un format "Letter" particulièrement inadapté à toute manipulation courante.

## Une histoire de pliages

Sans vouloir remuer chez nos lecteurs une nostalgie évi-  
dente des classes élémentaires, nous solliciterons de leur  
part un effort de mémoire afin de pouvoir mener à bien les  
bricolages qui vont suivre.

Prenons une feuille de papier, rectangulaire, quelconque  
(nous ne faisons à ce stade aucun distinguo entre le pa-  
pier Lettre de nos amis unis d'Amérique du Nord et nous-  
mêmes).

Dans le sens de la plus grande de ses dimensions, ef-  
fectuons un pliage en deux parties semblables, comme le  
schématise la figure suivante.



\*Et notre respect à S.a.r. la Reine Paola de Belgique

Appelons  $L$  la longueur de la feuille initiale, et  $\ell$  sa lar-  
geur. Pour peu que la feuille initiale ne soit pas trop "lon-  
gue"<sup>1</sup>, la longueur  $L'$  du feuillet obtenu après pliage est la  
largeur  $\ell$  de la feuille initiale :  $L' = \ell$ ; tandis que la lar-  
geur  $\ell'$  de la feuille obtenue après pliage est la moitié de la  
longueur de la feuille initiale :  $\ell' = L/2$ .

Nous pourrions souhaiter (dans le cadre de l'impression  
"deux feuilles par page" par exemple) que le feuillet obtenu  
après pliage soit une simple réduction du format initial :  
c'est à dire que les rapports longueur-largeur  $L/\ell$  et  $L'/\ell'$   
soient identiques. En d'autres termes, nous voulons que

$$\frac{L}{\ell} = \frac{L'}{\ell'}. \quad (1)$$

Or nous pouvons calculer

$$\frac{L'}{\ell'} = \frac{\ell}{L/2} = \frac{2 \times \ell}{L}.$$

Demander (1) revient donc à demander

$$\frac{L}{\ell} = \frac{2 \times \ell}{L} \quad \text{ou encore} \quad \left(\frac{L}{\ell}\right)^2 = 2.$$

Le rapport longueur-largeur de la feuille initiale est donc  
nécessairement donné par

$$\frac{L}{\ell} = \sqrt{2} = 1,41421356237309504880168872 \dots \quad (2)$$

Inversement, si une feuille a des dimensions  $L$  et  $\ell$  véri-  
fiant (2), alors le feuillet obtenu après pliage est une simple  
réduction de la feuille initiale.

Les formats de papier internationaux A0,A1,A2 etc. sont  
inspirés de cette observation.

## Le format A

En 1922, le Dr. WALTER PORSTMANN (1886-1959, in-  
génieur et mathématicien Allemand) développe un sys-  
tème de format de papier, utilisé (presque) partout dans le  
monde aujourd'hui. Chaque feuille du format A a un rap-  
port longueur-largeur égal à  $\sqrt{2}$ .

Le format A0 correspond à une feuille dont la surface  
égale  $1\text{m}^2$ . Cherchons à déterminer les dimensions  $L_0, \ell_0$   
d'une feuille A0. Pour ce faire, déduisons de  $L_0 = \sqrt{2} \times \ell_0$   
que la superficie de la feuille en question est donnée par

$$L_0 \times \ell_0 = \sqrt{2} \times \ell_0 \times \ell_0 = \sqrt{2} \times \ell_0^2.$$

<sup>1</sup>En fait, il faut supposer que  $L$  ne dépasse pas le double de  $\ell$  :  $L < 2 \times \ell$ .

Pour que cette superficie égale  $1\text{m}^2$ , il faut donc que  $\ell_0^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , c'est-à-dire que (en mètres)

$$\ell_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = 0,840896415253714543031125476\dots$$

La Longueur d'une feuille A0 est alors donnée (en mètres) par

$$L_0 = \sqrt{2} \times \ell_0 = 1,18920711500272106671749997\dots$$

Nous passons alors du format A0 au format A1 en opérant un pliage comme décrit à la section précédente : les dimensions (en mètres)  $L_1, \ell_1$  d'une feuille A1 sont donc

$$L_1 = 0,840896415253714543031125476\dots$$

et

$$\ell_1 = 0,594603557501360533358749985\dots$$

De même, nous obtenons pour les feuilles A2,A3,A4 etc. les dimensions suivantes :

Format de Papier	Longueur	Largeur
A2	0,5946...	0,4204...
A3	0,4204...	0,2973...
A4	0,2973...	0,2102...

Nous retrouvons donc les dimensions 29,7cm et 21,02cm de la feuille de bureau (format A4).

## Conclusion

Le lecteur sera peut-être surpris de voir un mathématicien,  $\sqrt{2}$  et Elizabeth II associés au sein d'un article de mathématiques.

Néanmoins, le système de papier développé par W. Porstmann fait inéluctablement apparaître un rapport de  $\sqrt{2}$  si l'on désire conserver les proportions par pliage.

Ensuite, l'universalité de ce format de papier, et son adoption par les pays du Commonwealth (qui ont souvent conservé des unités non métriques) est si exemplaire qu'il me semble juste d'en féliciter la future hôtesse de votre couple présidentiel.